

PREDIMENSIONADO DE COLUMNAS

Introducción

La columna es el elemento estructural vertical empleado para sostener la carga de la edificación. Es utilizado ampliamente en arquitectura por la libertad que proporciona para distribuir espacios al tiempo que cumple con la función de soportar el peso de la construcción; es un elemento fundamental en el esquema de una estructura y la adecuada selección de su tamaño, forma, espaciamiento y composición influyen de manera directa en su capacidad de carga.

Para la columna se indica las características que la definen así como el comportamiento para definir los aspectos a tomar en cuenta en el diseño de las columnas de madera, acero y concreto armado; adicionalmente se incluye un ejemplo para cada tipo de material.

Definición

La columna es un elemento sometido principalmente a compresión, por lo tanto el diseño está basado en la fuerza interna, conjuntamente debido a las condiciones propias de las columnas, también se diseñan para flexión de tal forma que la combinación así generada se denomina *flexocompresión*.

Según el uso actual de la columna como elemento de un pórtico, no necesariamente es un elemento recto vertical, sino es el elemento donde la compresión es el principal factor que determina el comportamiento del elemento. Es por ello que el predimensionado de columnas consiste en determinar las dimensiones que sean capaces de resistir la compresión que se aplica sobre el elemento así como una flexión que aparece en el diseño debido a diversos factores¹. Cabe destacar que la resistencia de la columna disminuye debido a efectos de geometría, lo cuales influyen en el tipo de falla.

El efecto geométrico de la columna se denominan esbeltez² y es un factor importante, ya que la forma de fallar depende de la esbeltez, para la columna poco esbelta la falla es por aplastamiento y este tipo se denomina *columna corta*, los elemento más esbeltos se denominan *columna larga* y la falla es por pandeo. La *columna intermedia* es donde la falla es por una combinación de aplastamiento y pandeo. Además, los momentos flectores que forman parte del diseño de columna disminuyen la resistencia del elemento tipo columna (Galambos, Lin y Johnston, 1999; Singer y Pytel, 1982).

Comportamiento

Dentro de los requisitos fundamentales de una estructura o elemento estructural están: equilibrio, resistencia, funcionalidad y estabilidad. En una columna se puede llegar a una condición inestable antes de alcanzar la deformación máxima permitida o el esfuerzo máximo. El fenómeno de inestabilidad se refiere al pandeo lateral, el cual es una deflexión que ocurre en la columna (véase Figura 3); cuando aparece incrementa el momento flector aplicado sobre el elemento, el aumento de la deflexión agranda la magnitud del momento flector, creciendo así la curvatura de la columna hasta la falla; este caso se considera inestable. Por ello la resistencia de la columna sometida a compresión tiene dos límites, el de resistencia para columnas cortas y el de estabilidad para columnas largas (véase Figura 1). La estabilidad es así el nuevo parámetro que define además de la resistencia y la rigidez, las dimensiones de la columna (Beer y Johnston 1993; Popov, 1996; Timoshenko y Young, 2000).

¹ Imperfecciones iniciales en la línea vertical de la columna o imperfecciones en el material, también la continuidad de la columna con la viga hace que los momentos aplicados en la viga se transmitan a la columna.

² Relación entre el tamaño de la sección transversal y la longitud del elemento.

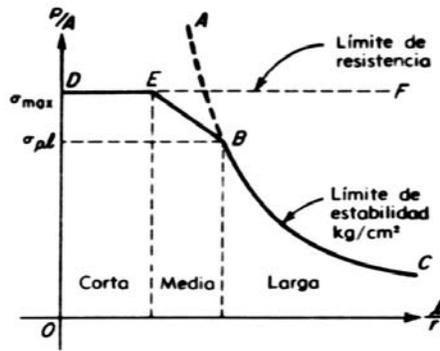


Figura 1. Disminución del esfuerzo de trabajo a compresión según la esbeltez de la columna. (Tomado de Timoshenko y Young, 2000, p. 282)

Carga crítica

La deformación de la columna varía según ciertas magnitudes de cargas, para valores de P bajos se acorta la columna, al aumentar la magnitud cesa el acortamiento y aparece la deflexión lateral. Existe una carga límite que separa estos dos tipos de configuraciones y se conoce como *carga crítica* P_{cr} (véase Figura 2).

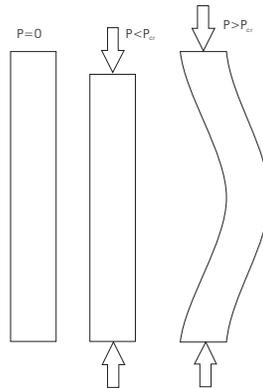


Figura 2. Carga crítica P_{cr} .

Supongamos un elemento recto vertical sometido una carga H , esta carga produce una deflexión (véase Figura 3a). Si se aplica una fuerza vertical P que va aumentando y se disminuye el valor de H , de tal forma que la deflexión sea la misma al caso de la Figura 3a (véase Figura 3b), el valor de P_{cr} es la carga necesaria para mantener la columna deformada sin empuje lateral H . Para valores mayores a la carga crítica aumentan la deflexión hasta que falla por pandeo, limitando la capacidad de la columna.

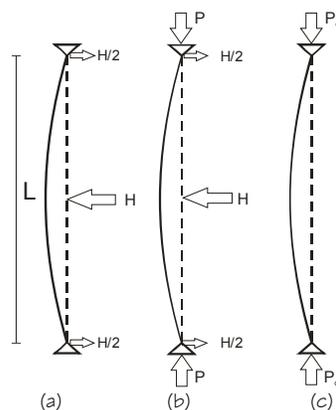


Figura 3. Elemento vertical sometido a carga H y P .

Los factores que influyen en la magnitud de la carga crítica son la longitud de la columna, las condiciones de los extremos y la sección transversal de la columna. Estos factores se conjugan en la relación de esbeltez o *coeficiente de esbeltez* (véase Ecuación 1), el cual es el parámetro que mide la resistencia de la columna. De esta forma para aumentar la resistencia de la columna se debe buscar la sección que tenga el radio de giro más grande posible, o una longitud que sea menor, ya que de ambas formas se reduce la esbeltez y aumenta el esfuerzo crítico (Beer y Johnston 1993; Galambos, Lin y Johnston, 1999; Popov, 1996; Singer y Pytel, 1982; Timoshenko y Young, 2000).

$$\frac{kL}{r_{\min}} \quad (1)$$

Donde: k \equiv Coeficiente relacionado con el tipo de apoyo;
 L \equiv Longitud de la columna;
 r_{\min} \equiv Radio de giro mínimo de la sección.

Longitud de la columna;

Excentricidad

Cuando la carga no se aplica directamente en el centroide de la columna, se dice que la carga es excéntrica y genera un momento adicional que disminuye la resistencia del elemento, de igual forma, al aparecer un momento en los extremos de la columna debido a varios factores, hace que la carga no actúe en el centroide de la columna (véase Figura 4). Esta relación del momento respecto a la carga axial se puede expresar en unidades de distancia según la propiedad del momento³, la distancia se denomina *excentricidad*. Cuando la excentricidad es pequeña la flexión es despreciable y cuando la excentricidad es grande aumenta los efectos de flexión sobre la columna (Singer y Pytel, 1982).

$$e = \frac{M}{P} \quad (2)$$

Donde: e \equiv excentricidad,
 M \equiv Momento en el extremo;
 P \equiv Carga axial.

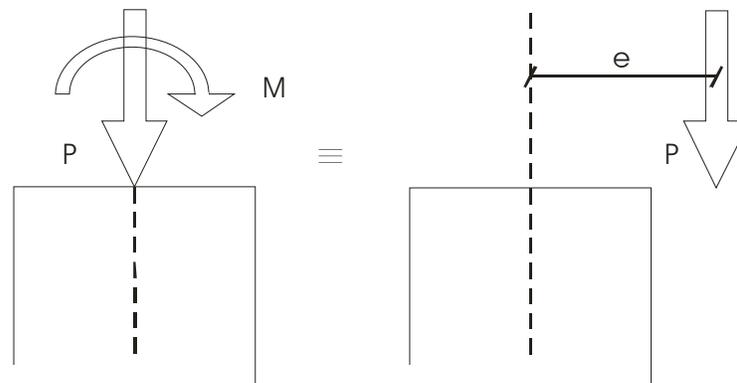


Figura 4. Excentricidad de la columna.

³ El momento es igual a una fuerza multiplicada por la distancia.

Predimensionado de columna

Columna de madera

Las columnas de madera pueden ser de varios tipos: maciza, ensamblada, compuesta y laminadas unidas con pegamento. De este tipo de columnas la maciza es la más empleada, las demás son formadas por varios elementos.

Método para predimensionar columna de madera

La ecuación de análisis se realiza según los esfuerzos y se expresa de forma simple tal como lo indica la Ecuación 3 (Parker y Ambrose, 1995).

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1 \quad (3)$$

Donde $f_a \equiv$ esfuerzo de trabajo axial, $f_a = P/A$;
 $F_a \equiv$ esfuerzo admisible a compresión, $F_a = F_c^* c_p$;
 $f_b \equiv$ esfuerzo de trabajo a flexión, $f_b = M/S$;
 $F_b \equiv$ esfuerzo admisible a flexión.
 $F_c^* \equiv$ esfuerzo admisible para compresión paralela a la veta;
 $c_p \equiv$ factor de estabilidad de la columna según Ecuación 4.

$$c_p = m - \sqrt{m^2 - n} \quad (4)$$

Donde: $m = \frac{1 + F_{cE}/F_c^*}{2c}$;
 $n = \frac{F_{cE}/F_c^*}{c}$;

$F_{cE} \equiv$ esfuerzo de pandeo de Euler según Ecuación 5;
 $c \equiv$ 0,8 madera aserrada; 0,85 secciones circulares; 0,9 madera laminada unida con pegamento;

$$F_{cE} = \frac{K_{cE} E}{(L_e/d)^2} \quad (5)$$

Donde: $K_{cE} \equiv$ 0,3 madera clasificada, 0,4 | 8 madera unida con pegamento;
 $E \equiv$ módulo de elasticidad;
 $L_e \equiv$ longitud efectiva (altura de la columna sin arriostrar modificada por las condiciones de apoyo);
 $d \equiv$ menor dimensión de la sección transversal.

Columna de acero

El diseño de las columnas de acero se basa en la desigualdad de la ecuación del diseño por estados límites y se presenta en la forma indicada en la Ecuación 6. La esencia de la ecuación es que la suma de los efectos de las cargas divididas entre la resistencia minorada debe ser menor o igual a la unidad (Segui, 2000).

$$\frac{\sum \gamma_i Q_i}{\phi R_n} \leq 1 \quad (6)$$

Donde: $\sum \gamma_i Q_i \equiv$ Suma de los efectos de las cargas;
 $\phi R_n \equiv$ Resistencia disminuida de la columna.

Perfiles usados para columnas

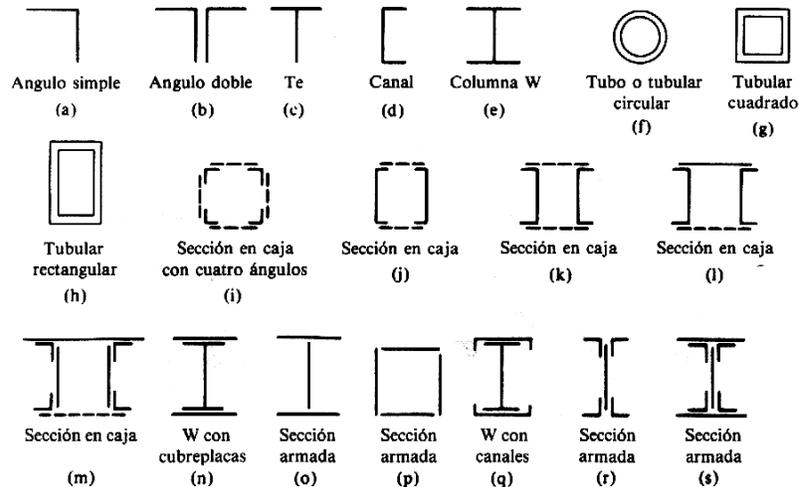


Figura 5. Secciones transversales típicas de columnas de acero (McCormac, 1996, p.99).

Sección de la columna

La resistencia correspondiente a cualquier modo de pandeo no puede desarrollarse si los elementos de la sección transversal son tan delgados que se presenta un pandeo local. Por lo tanto existe una clasificación de las secciones transversales según los valores límite de las razones ancho-espesor y se clasifican como compactas, no compactas o esbeltas.

En general, dentro de los límites de los márgenes disponibles y teniendo en cuenta las limitaciones por espesor, el diseñador usa una sección con el radio de giro más grande posible, reduciendo así la relación de esbeltez e incrementando el esfuerzo crítico. (Galambos, Lin, y Johnston, 1999; Segui, 2000)

Método para predimensionar la columna de acero

Para perfiles que no se encuentren en las tablas de cargas para columnas debe usarse un procedimiento de tanteos. El procedimiento general es suponer un perfil y luego calcular su resistencia de diseño. Si la resistencia es muy pequeña (insegura) o demasiado grande (antieconómica), deberá hacerse otro tanteo. Un enfoque sistemático para hacer la selección de tanteo es como sigue:

- Seleccione un perfil de tanteo.
- Calcule F_{cr} y $\phi_c P_n$ para el perfil de tanteo.
- Revíselo con la fórmula de interacción (Ecuación 4), si la resistencia de diseño es muy cercana al valor requerido puede ensayarse el siguiente tamaño tabulado. De otra manera, repita todo el procedimiento. (Segui, 2000)

$$\text{si } \frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0,2 \Rightarrow \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1 \quad (4.a)$$

Tabla 1. Esfuerzo crítico de pandeo.

KL/r	ϕF_{cr}								
1	2125	41	1952	81	1526	121	1015	161	596
2	2125	42	1944	82	1513	122	1002	162	589
3	2124	43	1936	83	1501	123	990	163	582
4	2123	44	1927	84	1488	124	978	164	574
5	2122	45	1918	85	1476	125	966	165	568
6	2121	46	1910	86	1463	126	953	166	561
7	2120	47	1901	87	1450	127	941	167	554
8	2118	48	1892	88	1437	128	929	168	547
9	2116	49	1882	89	1425	129	917	169	541
10	2114	50	1873	90	1412	130	905	170	535
11	2112	51	1864	91	1399	131	893	171	528
12	2110	52	1854	92	1386	132	882	172	522
13	2107	53	1844	93	1373	133	870	173	516
14	2104	54	1834	94	1360	134	858	174	510
15	2101	55	1824	95	1347	135	847	175	505
16	2098	56	1814	96	1334	136	835	176	499
17	2094	57	1804	97	1321	137	823	177	493
18	2091	58	1793	98	1309	138	811	178	488
19	2087	59	1783	99	1296	139	800	179	482
20	2083	60	1772	100	1283	140	788	180	477
21	2078	61	1761	101	1270	141	777	181	472
22	2074	62	1750	102	1257	142	766	182	466
23	2069	63	1739	103	1244	143	756	183	461
24	2064	64	1728	104	1231	144	745	184	456
25	2059	65	1717	105	1218	145	735	185	451
26	2054	66	1705	106	1205	146	725	186	447
27	2048	67	1694	107	1192	147	715	187	442
28	2043	68	1683	108	1179	148	705	188	437
29	2037	69	1671	109	1166	149	696	189	433
30	2031	70	1659	110	1154	150	687	190	428
31	2024	71	1648	111	1141	151	678	191	424
32	2018	72	1636	112	1128	152	669	192	419
33	2011	73	1624	113	1115	153	660	193	415
34	2005	74	1612	114	1103	154	651	194	411
35	1998	75	1600	115	1090	155	643	195	406
36	1990	76	1588	116	1077	156	635	196	402
37	1983	77	1575	117	1065	157	627	197	398
38	1976	78	1563	118	1052	158	619	198	394
39	1968	79	1551	119	1040	159	611	199	390
40	1960	80	1538	120	1027	160	604	200	386

$F_y = 2500 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{si } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0,2 \Rightarrow \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1 \quad (4.b)$$

Donde: $P_u \equiv$ Carga axial de compresión mayorada;

$P_n \equiv$ Carga axial de pandeo, $\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A$;

$M_u \equiv$ Momento flector mayorado;

$M_n \equiv$ Momento flector resistente, $\phi_b M_n = \phi_b F_y Z$;

$F_y \equiv$ Esfuerzo de cedencia del acero;

F_c ≡ Esfuerzo crítico de pandeo;

ϕ ≡ Factores de minoración, $\phi_c = 0,85; \phi_b = 0,90$

Columna de concreto armado

Las columnas de concreto armado pueden ser de tres tipos que son:

- Elementos reforzados con barras longitudinales y zunchos (véase Figura 6.a),
- elementos reforzados con barras longitudinales y estribos (véase Figura 6.b),
- elementos reforzados con tubos de acero estructural, con o sin barras longitudinales, además de diferentes tipos de refuerzo transversal (véase Figura 6.c).

Para las columnas de concreto armado, la cuantía de acero⁴ oscila entre 1 y 8% con un mínimo de 4 barras longitudinales (Nilson y Winter, 1994).

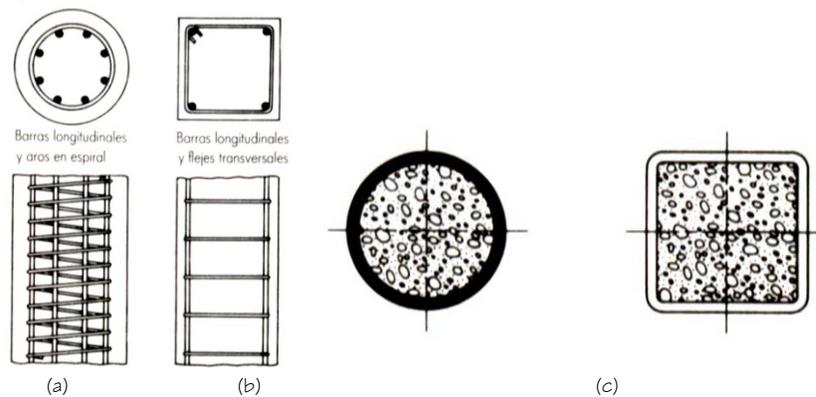


Figura 6. Tipos de columnas de concreto armado. (Nilson y Winter, 1994, p.20; McCormac, 1996, p.479).

Método para predimensionar columnas de concreto armado

Existen dos tipos de métodos para predimensionar las columnas de concreto armado, el primero es una aproximación, ya que se basa en la carga axial únicamente, debido a que esta carga es fácil de obtener por métodos aproximados para cálculos preliminares de pórticos. El segundo método es más preciso y está basado en la carga axial y el momento flector conocido, valores que son los necesarios para diseñar una columna.

Conocido P_u

Existen una gran variedad de fórmulas para predimensionar columnas con P_u conocido, solo se presenta dos tipos.

Método sugerido por Nilson y Winter

Las dimensiones de las columnas se controlan principalmente por cargas axiales, aunque la presencia de momento incrementa el área necesaria. Para columnas interiores, donde el incremento de momento no es apreciable un aumento del 10% puede ser suficiente, mientras que para columnas exteriores un incremento del 50% del área sería apropiado (Nilson y Winter, 1994).

$$A_c = \text{incremento} \frac{P_u}{\phi_c f_c} \quad (5)$$

⁴ Relación entre el área de acero (A_s) y el área de concreto (A_g) y se define por ρ .

Método sugerido por Arnal y Epelboim

El área de concreto armado puede estimarse por la fórmula (Arnal, y Epelboim, 1985)

$$A_c = \frac{P_u}{\alpha \phi f'_c} \quad (6)$$

Donde: A_c ≡ Área de la columna,

α ≡ Factor según la posición de la columna indicado en la Tabla 1,

ϕ ≡ Factor de minoración de resistencia. $\phi=0,65$ para columnas con estribos y $\phi=0,70$ para columnas con zunchos.

Tabla 1. Factores α según la ubicación de la columna

Tipo de columna	α
Esquina	0,20
Borde	0,25
Central	0,28

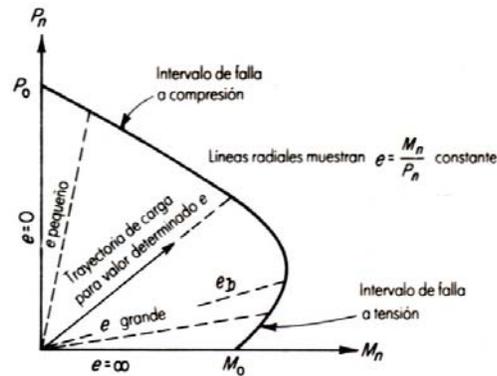


Figura 7. Diagrama de interacción para la resistencia nominal de una columna (Nilson y Winter, 1994, p.244).

Conocido P_u y M_u

Este método está basado en el empleo de ábacos basados en diagramas de interacción de resistencia que definen la combinación de carga axial y momento flector de falla para una columna determinada, con un intervalo completo de excentricidades desde cero hasta infinito (véase Figura 7). Los pasos para obtener las dimensiones son:

a) Calcular la excentricidad e $e = \frac{M_u}{P_u}$;

b) seleccionar la cuantía de acero $\rho=[0,02; 0,03]$ y calcular $\omega = \frac{\rho f_y}{0.85 f'_c}$;

c) escoger un valor tentativo para h o D y escoger el ábaco con $\gamma = \frac{h - 2r}{h}$ o $\gamma = \frac{D - 2r}{D}$;

d) calcular el valor e/h o e/D con el valor de h o D del paso anterior y trazar una línea radial que represente este valor $\frac{e}{h}$ o $\frac{e}{D} = \frac{\mu}{\nu}$;

- e) donde corta la línea radial e/h o e/D con la curva ω leer el correspondiente ν ,
- f) calcular el área requerida A_g con $A_g = \frac{P_u}{\phi 0.85 f'_c \nu}$; $\phi=0,65$ para columnas con estribos y $\phi=0,70$ para columnas con zunchos.
- g) Calcular $b = \frac{A_g}{h}$ o $D = \sqrt{\frac{4A_g}{\pi}}$;
- h) Si es necesario revisar el valor tentativo de h para obtener una sección bien proporcionada $\frac{b}{h} = [0,6;1]$ o si es el mismo valor para D (Nilson y Winter, 1994).

Dimensiones mínimas de una columna de concreto armado

20x20 o 30x30 para zona sísmica.

Ejemplos

Diseño de columna de madera

Determinar las dimensiones de una columna con madera tipo A sometido a las siguientes cargas:

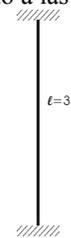
$$P = 11034 \text{ kgf}$$

$$M = 993 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

$$\text{Madera Tipo A: } F_c = 149 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$F_b = 210 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$E = 130000 \text{ kgf/cm}^2$$



- El procedimiento de diseño en columnas consiste en comprobar la columna propuesta, por ello se propone una columna de 14x14 y se determina el esfuerzo admisible a compresión para ello se debe aplicar las Ecuaciones 5 y 4.

$$F_{cE} = \frac{K_{cE} E}{(L_e/d)^2} \Rightarrow F_{cE} = \frac{0,3 * 130000}{\left(\frac{0,65 * 300}{14}\right)^2} \Rightarrow F_{cE} = 201,03 \text{ kgf/cm}^2$$

$$m = \frac{1 + F_{cE}/F_c^*}{2c} \Rightarrow m = \frac{1 + \frac{201,03}{149}}{2 * 0,8} \Rightarrow m = 1,47 \quad n = \frac{F_{cE}}{c} \Rightarrow n = \frac{201,03}{0,8} \Rightarrow n = 1,69$$

$$c_p = m - \sqrt{m^2 - n} \Rightarrow c_p = 1,47 - \sqrt{1,47^2 - 1,69} \Rightarrow c_p = 0,78$$

- Se aplica la Ecuación 3, donde se determinan todos los esfuerzos de trabajo antes de aplicar la Ecuación.

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow f_a = \frac{11034}{14^2} \Rightarrow f_a = 56,30 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}; f_b = \frac{M}{S} \Rightarrow f_b = \frac{99300}{\frac{14^3}{6}} \Rightarrow f_b = 217,13 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$F_a = F_c^* c_p \Rightarrow F_a = 149 * 0,78 \Rightarrow F_a = 116,22 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \text{ y } F_b = 210 \text{ kgf/cm}^2$$

$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1 \Rightarrow \frac{56,30}{116,22} + \frac{217,13}{210} = 1,52 > 1$ no sirve la columna de 14x14, por lo tanto se debe probar otra sección y repetir el procedimiento.

Segunda prueba, sección 14x19 cm

$$F_{cE} = 201,03 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \text{ (ver nota 5)} \quad C_p = 0,78$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow f_a = \frac{11034}{14 \cdot 19} \Rightarrow f_a = 41,48 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}; \quad f_b = \frac{M}{S} \Rightarrow f_b = \frac{99300}{\frac{14 \cdot 19^2}{6}} \Rightarrow f_b = 117,89 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$F_a = 116,22 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \text{ y } F_b = 210 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1 \Rightarrow \frac{41,48}{116,22} + \frac{117,89}{210} = 0,92 < 1 \text{ sirve por lo tanto la columna es de 14x19.}$$

Diseño de columna de acero

Determinar el perfil de acero de la Figura 8 a diseñar por flexocompresión, para la carga indicada:

$$P_u = 15447 \text{ kgf}; \quad M_u = 1390 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

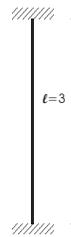


Figura 8. Esquema del elemento a flexocompresión.

De la Figura 5 se tiene que $k=0,65$ al contrastar con la Figura 1 y L es 3 m. Siguiendo el procedimiento de elementos sometidos a fuerzas de compresión en acero, tenemos:

1. Se selecciona un perfil de tanteo (en este caso un perfil IPN 160) del cual se obtiene las propiedades geométricas A , Z_{max} y r_{min} , para luego comprobar que $kL/r_{min} \leq 200$; para el perfil, las propiedades geométricas son:

Designación	A (cm^2)	Z_y (cm^3)	r_y (cm)	Z_z (cm^3)	r_z (cm)	$k*L/r_{min}$
IPN 160	22,8	135	6,4	25	1,55	125,8

2. Se calcula $\phi_c F_{cr}$ y $\phi_c P_n$ para el perfil de tanteo, con el coeficiente de esbeltez redondeado a cero cifras se emplea la Tabla 1;

$$\frac{kL}{r_{min}} = \frac{0,65 * 300}{1,55} \Rightarrow \frac{kL}{r_{min}} = 126; \quad \left(\frac{kL}{r_{min}} \xrightarrow{\text{tabla}} \phi_c F_{cr} \right) \Rightarrow 126 \xrightarrow{\text{tabla 1}} \phi_c F_{cr} = 953 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A \Rightarrow \phi_c P_n = 953 * 22,8 \Rightarrow \phi_c P_n = 21728,4 \text{ kgf}$$

3. El perfil de tanteo se revisa con la fórmula de interacción, si la resistencia de diseño es muy cercana al valor requerido puede ensayarse el siguiente tamaño tabulado.

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = 0,71 > 0,20 \text{ (se aplica la Ecuación 4a)}$$

⁵ Por ser la misma dimensión mínima el resultado es igual al caso anterior, ya que los valores del material son iguales.

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1 \Rightarrow 0,71 + \frac{8}{9} \frac{139000}{0,9 * 2500 * 135} = 1,12 > 1$$

El perfil IPN 160 no cumple para la columna, por lo que se realiza una segunda prueba con un perfil más grande ya que la Fórmula de Interacción dio mayor a 1.

Se selecciona el perfil IPN 180 y repitiendo el procedimiento anterior tenemos:

Designación	A (cm ²)	Z _y (cm ³)	r _y (cm)	Z _z (cm ³)	r _z (cm)	k*L/r _{min}	k*L/r _{min}	φF _{cr}	P _u /P _n	Interacción
IPN 180	27,9	185	7,2	33,6	1,71	114,0	114	1103	0,502	0,80

Al emplear la primera Fórmula de Interacción (Ecuación 4a $P_u/P_n > 0,20$), tenemos que el perfil IPN 180 cumple con la condición.

Diseño de columna de concreto armado

Conocido P_u

Determinar las dimensiones de una columna interior de concreto armado a flexocompresión, para la carga y materiales indicados

$$P_u = 15447 \text{ kgf}; f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2; f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2.$$

Método sugerido por Nilson y Winter

$$A_c = 1,1 \frac{P_u}{\phi f'_c} \Rightarrow A_c = 1,1 \frac{15447}{0,65 * 210} \Rightarrow A_c = 124,48 \text{ cm}^2$$

Suponiendo sección cuadrada $b = \sqrt{A_c} \Rightarrow b = \sqrt{124,48} \Rightarrow b = 11,15$. Dado que las dimensiones mínimas son de 20x20 o 30x30 para zona sísmica, se adopta una de las dos dependiendo de la zona donde se diseñe.

Método sugerido por Arnal y Epelboim

Aplicando la Ecuación 6 con $\alpha=0,28$ por ser columna interna (véase Tabla 1) y $\phi=0,65$, tenemos

$$A_c = \frac{P_u}{\alpha \phi f'_c} \Rightarrow A_c = \frac{15447}{0,28 * 0,65 * 210} \Rightarrow A_c = 404,16 \text{ cm}^2$$

Suponiendo sección cuadrada $b = \sqrt{A_c} \Rightarrow b = \sqrt{404,16} \Rightarrow b = 20,1 \text{ cm}$. La solución es 25x25 cm por redondearse al múltiplo de 5 superior.

Conocido P_u y M_u

Determinar las dimensiones de una columna de concreto armado, para la carga y materiales indicados:

$$P_u = 15447 \text{ kgf}; M_u = 1390 \text{ kgf*m}; f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2; f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2.$$

Para el diseño de columnas de concreto armado, se siguen las indicaciones señaladas para el diseño conocida P_u y M_u .

- Se selecciona la cuantía de acero ρ entre [0,02; 0,03] y calcular $\omega = \frac{\rho f_y}{0,85 f'_c}$, por ello se escoge

$$\rho = 0,025 \text{ y la cuantía mecánica es } \omega = \frac{0,025 * 4200}{0,85 * 210} \Rightarrow \omega = 0,59.$$

- ii. Se escoger como valor tentativo para h , 40 cm $\gamma = \frac{h-2r}{h}$ por lo que la relación de forma queda $\gamma = \frac{40-2*5}{40} \Rightarrow \gamma = 0,75$, se escoge el ábaco $\gamma=0,80$.

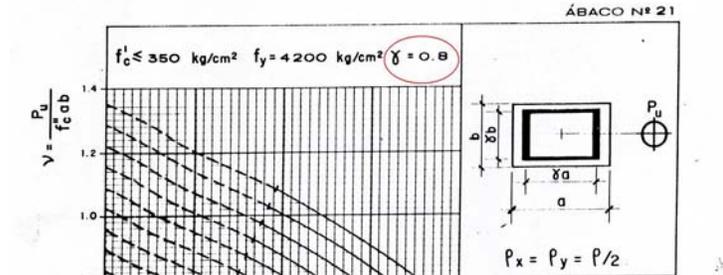


Figura 9. Abaco seleccionado.

- iii. Calcular el valor e/h y trazar una línea radial que represente este valor.

$$e = M_u / P_u \Rightarrow e = 1390 / 15447 \Rightarrow e = 0,09 \text{ m}; \text{ por lo tanto } \frac{e}{h} = \frac{9 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{e}{h} = 0,22 .$$

Para trazar la línea radial se aplica la relación $\frac{e}{h} = \frac{\mu}{v}$ y se escoge $v=0,2$ para establecer el valor

correspondiente de μ para $0,2$; $v \frac{e}{h} = \mu \Rightarrow 0,2 * 0,22 = \mu \Rightarrow \mu = 0,04$. El punto señalado en la

Figura 10 corresponde a estas coordenadas ($\mu=0,04$; $v=0,2$). Este punto se une con el origen para obtener la línea radial.

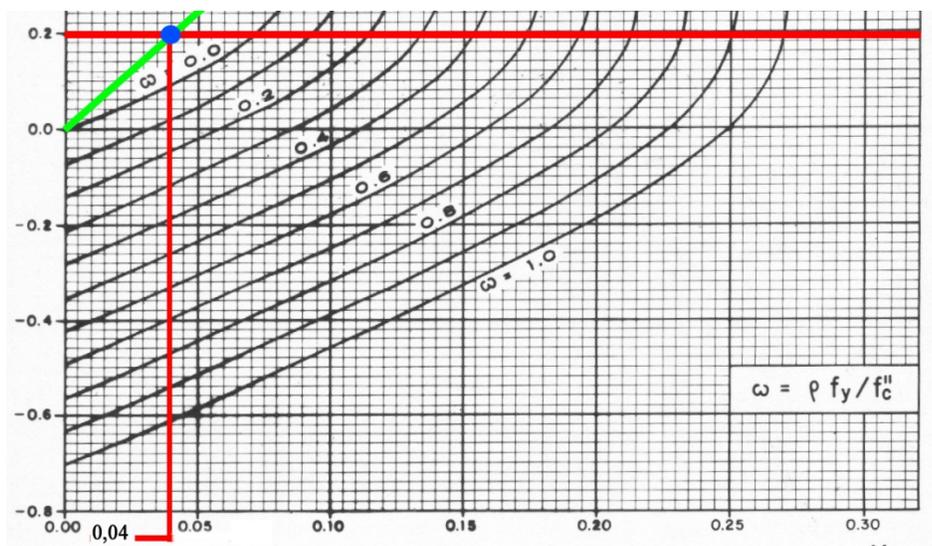


Figura 10. Trazado de la línea radial $e/h=0,22$.

- iv. Donde corta la línea radial $e/h=0,22$ con la curva $\omega=0,59$ se lee el correspondiente valor de v de 0,68 (véase la Figura 11).

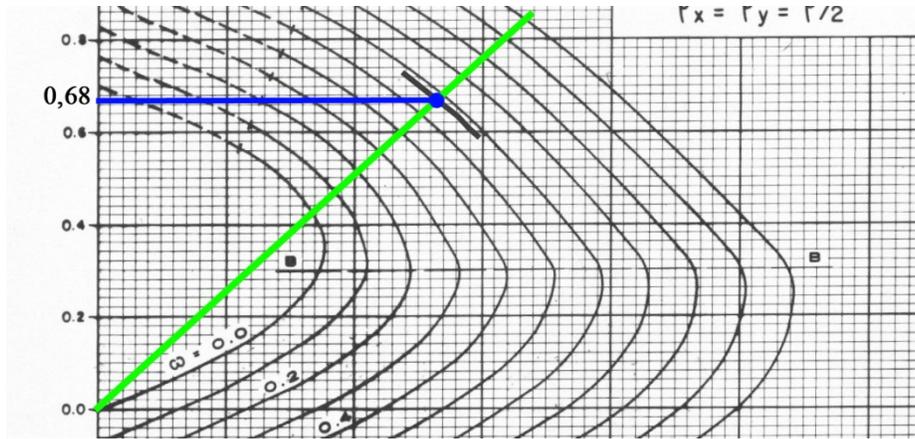


Figura 11. Valor de ν obtenido del corte de la línea radial $e/h=0,22$ con la curva $\omega=0,59$.

v. Se calcula el área requerida A_g con el valor obtenido de ν , según la relación $\nu = \frac{P_u}{\phi 0,85 f'_c A_g}$,

$$\text{tenemos } A_g = \frac{15447}{0,65 * 0,85 * 210 * 0,68} \Rightarrow A_g = 195,79 \text{ cm}^2.$$

vi. Se determina $b = \frac{A_g}{h}$ con el área obtenida y altura h establecida $b = \frac{195,79}{40} \Rightarrow b = 4,9 \text{ cm}$.

vii. Se revisa la proporción de la sección bien proporcionada $\frac{b}{h} = \frac{5}{40} = 0,125$ que está fuera del rango $[0,6; 1]$, por lo que el procedimiento se repite otra vez con un valor de h menor.

Se supone $h = 20 \text{ cm}$ y se vuelve a determinar γ desde el paso ii

iiib. $\gamma = \frac{20 - 2 * 5}{20} \Rightarrow \gamma = 0,5$, se escoge el ábaco $\gamma = 0,60$.

iiib. $\frac{e}{h} = \frac{9 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{e}{h} = 0,45$. Se traza la línea radial; $\nu \frac{e}{h} = \mu \Rightarrow 0,2 * 0,45 = \mu \Rightarrow \mu = 0,09$.
Coordenadas ($\mu = 0,09$; $\nu = 0,2$).

ivb. Valor de ν correspondiente al corte de la línea radial $e/h = 0,45$ con la curva $\omega = 0,59$; $\nu = 0,34$.

v. Área requerida $A_g = \frac{15447}{0,65 * 0,85 * 210 * 0,34} \Rightarrow A_g = 391,57 \text{ cm}^2$.

vib. $b = \frac{A_g}{h} \quad b = \frac{391,57}{20} \Rightarrow b = 19,6 \text{ cm} \Rightarrow b = 20 \text{ cm}$ por redondearse al mínimo múltiplo de 5 superior.

vii. $\frac{b}{h} = \frac{20}{20} = 1$ está dentro del rango $[0,6; 1]$.

Las dimensiones de la columna son 20×20 .

Referencias

- Arnal, E. y Epelboim S. (1985). Manual para el proyecto de estructuras de concreto armado para edificaciones. Caracas, Venezuela: Fundación “Juan José Aguerrevere”, Fondo Editorial del Colegio de Ingenieros de Venezuela.
- Beer, F. y Johnston, E. (1993). Mecánica de materiales. Santafé de Bogotá, Colombia: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
- Galambos, T., Lin, F.J. y Johnston, B. (1999). Diseño de estructuras de acero con LRFD. Naucalpan de Juárez, México: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
- McCormac, J. (1996). Diseño de estructuras de acero (Método LRFD). México D.F., México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.
- Nilson, A. y Winter, G. (1994). Diseño de estructuras de concreto. Santafé de Bogota, Colombia: McGraw-Hill Interamericana S.A.
- Parker, H. y Ambrose, J. (1995). Ingeniería simplificada para Arquitectos y Constructores. México D.F., México: Editorial Limusa, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores.
- Popov, E. (1996). Introducción a la mecánica de sólidos. México D.F., México: Editorial Limusa, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores.
- Segui, W. (2000). Diseño de estructuras de acero con LRFD. México D.F., México: Internacional Thomson Editores, S.A. de C.V.
- Singer, F. y Pytel, A. (1982). Resistencia de materiales. México D.F., México: Editorial Harla, S.A. de C.V.
- Timoshenko, S. y Young, D. (2000). Elementos de resistencia de materiales. México D.F., México: Editorial Limusa, S.A. de C.V. Grupo Noriega Editores